

El Efecto de la Resistencia Serie Equivalente de los Capacitores en los Convertidores Cuadráticos

Luis Humberto Díaz-Saldierna, Jesús Leyva-Ramos, Ma. Guadalupe Ortiz-López
y Juan Manuel García-Ibarra
Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica,
Camino a la Presa San José # 2055, San Luis Potosí, S.L.P., 78216 México
{ldiaz, jleyva, gortiz, jmgil}@ipicyt.edu.mx

Resumen. Los convertidores cuadráticos son una alternativa interesante para la construcción de reguladores de CD-CD con una amplia relación de conversión de voltaje. Estos convertidores se construyen con dos filtros LC; y por lo tanto, presentan una dinámica de cuarto orden. En este trabajo se presentan modelos para el convertidor cuadrático elevador incluyendo el efecto de la resistencia serie equivalente de los capacitores. A partir de un estudio en respuesta en frecuencia, para el modelo promediado lineal, se muestra que al incluirse este efecto se modifica la respuesta del convertidor al amortiguarse sus picos de resonancia. Por otra parte, la mayoría de las fallas en las fuentes conmutadas se presenta en los capacitores, esto motiva su estudio. Se presentan resultados experimentales para un convertidor elevador cuadrático utilizando un analizador de respuesta en frecuencia.

Palabras Clave: Convertidores conmutados, convertidores cuadráticos, modelado promediado, resistencia serie equivalente.

1 Introducción

El desarrollo de nuevas tecnologías requiere de fuentes de CD-CD con amplios rangos en la relación de conversión de voltaje; por ejemplo, en equipos portátiles y arreglos fotovoltaicos [1]. El desarrollo de equipos de comunicación portátil se ha acelerado por la demanda de los usuarios de nuevos dispositivos que los hacen más versátiles, pero que incrementan la demanda de energía de la batería [2]. Por otro lado, las celdas de combustible pueden ser una alternativa viable en la generación de energía eléctrica, la cual se produce de manera ecológica y eficiente, pero presentan la desventaja de una alta variación y bajo valor del voltaje de salida [3].

En teoría, un amplio rango de conversión de voltaje puede obtenerse ajustando la modulación de la señal de control del convertidor de CD-CD. En la práctica, el rango de conversión de los convertidores convencionales es limitado debido principalmente a las características de los dispositivos de conmutación. Por otro lado, se pueden usar transformadores para elevar el voltaje; sin embargo, se pueden presentar problemas de saturación, ancho de banda del transformador e interferencia electromagnética.

Una configuración que provee un amplio rango en la relación de conversión de voltaje es el convertidor elevador de dos etapas, el cual está construido por dos

*M. A. Moreno, C. A. Cruz, J. Álvarez, H. Sira (Eds.)
Special Issue: Advances in Automatic Control and Engineering
Research in Computing Science 36, 2008, pp. 211-220*

convertidores de CD-CD básicos conectados en cascada con el correspondiente incremento de las pérdidas de potencia [4]. En el convertidor elevador de dos etapas, el rango de conversión está dado por una función cuadrática del ciclo de trabajo.

En la literatura técnica es posible encontrar varios trabajos acerca de convertidores elevadores de dos etapas con un solo interruptor activo [5], pero solo algunas tratan el tema del modelado para este tipo de convertidores [6], [7], [8], en los cuales no se consideró el efecto de la resistencia serie equivalente (ESR por sus siglas en inglés) de los capacitores, el cual tiene una gran influencia en la dinámica del convertidor. En el presente trabajo se muestran los modelos para el convertidor elevador de dos etapas incluyendo el efecto ESR de los capacitores. Estos modelos pueden obtenerse por medio de técnicas de modelado promedio del interruptor PWM; sin embargo, en este trabajo los modelos se obtienen por medio de una representación en espacio de estados en la cual se incluye la ESR de los capacitores del convertidor.

La ESR representa todas las pérdidas ohmicas de un capacitor y está dada por la relación $ESR = R_A + 1/\omega^2 R_p C^2$ en donde R_A representa a la resistencia debida al alambre usado en las terminales de conexión y queda determinada por el tipo y tamaño de las mismas. La resistencia R_p modela a la resistencia equivalente paralela y representa la oposición que presenta el capacitor a la corriente de fuga. El valor de la ESR aumenta con el tiempo y disminuye al aumentar la capacitancia, la temperatura y el rango de voltaje de trabajo. El valor típico de la ESR va desde $2\text{ m}\Omega$, para capacitores de alto valor con terminales de tornillo, hasta $10\text{ }\Omega$ para capacitores miniatura. Los fabricantes proveen dicho valor a una temperatura de 25°C y una frecuencia de operación de 120 Hz .

El capacitor puede representarse por un modelo simplificado donde la ESR aparece como una resistencia en serie, denominada R_c , según se muestra en la Figura 1. Este modelo representa al capacitor como un circuito RC y pareciera muy sencillo; sin embargo, al momento de operar los convertidores conmutados aparecen fenómenos interesantes.

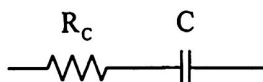


Fig. 1. Modelo simplificado de un capacitor.

Cuando el convertidor conmutado está operando, una onda cuadrada de corriente es aplicada al capacitor, resultando con esto un deterioro del mismo y por lo tanto un daño en la fuente de poder conmutada. Según datos estadísticos [9], el 60% de las fallas en las fuentes conmutadas se presenta en los capacitores, dicha falla se relaciona directamente con la ESR del capacitor. Aunado a lo anterior, el cambio de valor en la ESR del capacitor provocará un cambio en la dinámica del convertidor llegando a causar inestabilidad en el sistema de lazo cerrado de la fuente conmutada [10].

2 Modelado de un convertidor cuadrático elevador con un solo interruptor activo

El convertidor cuadrático elevador con un solo interruptor activo se muestra en la Figura 2 donde E es el voltaje de entrada, V_o es el voltaje de salida y U el ciclo de trabajo nominal. Éste convertidor está construido con dos filtros LC, un interruptor activo (MOSFET) y tres interruptores pasivos (diodos), y utiliza un solo circuito de control a diferencia de dos circuitos de control requeridos cuando dos convertidores elevadores básicos son conectados en cascada. En el convertidor cuadrático elevador, la ganancia de voltaje en corriente directa es una función cuadrática del ciclo de trabajo nominal U y está dada por $V_o = E/(1 - U)^2$.

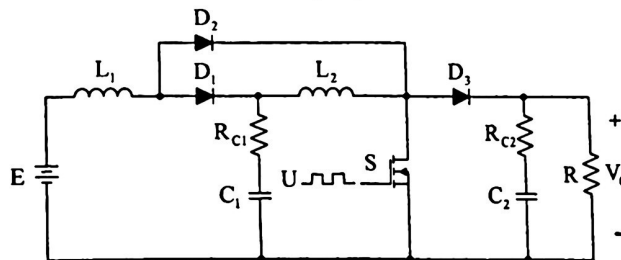


Fig. 2. Convertidor cuadrático elevador con un solo interruptor activo.

Las condiciones de operación en estado estable en conducción continua pueden obtenerse a través del circuito del convertidor usando las condiciones de encendido y apagado del MOSFET y los diodos [11]. El modo de conducción continua implica que el pico del rizo de corriente del inductor es más pequeño que la componente de CD de la corriente en el inductor; y por lo tanto, se garantiza que la corriente del inductor siempre circule en el mismo sentido. Despreciando todas las pérdidas, las condiciones de operación en estado estable son:

$$\begin{aligned} V_{c1} &= \frac{E}{1 - U}, & V_{c2} &= \frac{E}{(1 - U)^2} \\ i_{L1} &= \frac{E}{(1 - U)^2 R}, & i_{L2} &= \frac{E}{(1 - U)^3 R} \end{aligned} \quad (1)$$

Por otro lado, si el efecto de la ESR es considerado la expresión (1) cambiaría a:

$$\begin{aligned} V_{c1} &= \frac{E}{1-U} \left[1 - \frac{UR_{c1}}{R(1-U)^2 J} \right], & V_{c2} &= \frac{E}{(1-U)J} \\ i_{L1} &= \frac{I_0}{(1-U)^2}, & i_{L2} &= \frac{I_0}{(1-U)} \end{aligned} \quad (2)$$

donde R_{c1} contiene el efecto de la ESR asociado al capacitor uno y R_{c2} contiene el efecto de la ESR asociado al capacitor dos, y $J = \frac{UR_{c1}}{R(1-U)^2} + \frac{R_{c2} + R(1-U)}{R_{c2} + R}$.

Los rizados de corriente de los inductores y rizados de voltaje en los capacitores están dados por:

$$\begin{aligned} \Delta V_{c1} &= \frac{UE}{R(1-U)^2 C_1 f_s J}, & \Delta V_{c2} &= \frac{UE}{(R + R_{c2})(1-U) C_2 f_s J} \\ \Delta i_{L1} &= \frac{UE}{L_1 f_s}, & \Delta i_{L2} &= \frac{UE}{(1-U) L_2 f_s} \left[1 - \frac{UR_{c1}}{R(1-U)^2 J} \right] \end{aligned} \quad (3)$$

donde f_s es la frecuencia de conmutación del convertidor.

Usando herramientas de teoría de circuitos se obtienen las trayectorias eléctricas que se forman cuando el interruptor activo (MOSFET) está encendido o apagado. El modelo conmutado lineal para el convertidor cuadrático elevador obtenido se presenta en la ecuación (4), donde $e \in R$ es el voltaje de entrada, los estados son las corrientes en los inductores y los voltajes de los capacitores, y q es una función de conmutación con valores [0, 1]. El valor de q es 1 cuando el interruptor activo se encuentra encendido y 0 cuando el interruptor activo está apagado.

En muchos circuitos de electrónica de potencia es más importante saber los valores promedios de los voltajes y las corrientes que los valores instantáneos de los mismos [12]; y por lo tanto, el promedio de la función de conmutación q es obtenido. Para los convertidores de CD-CD en modo conmutado, el valor promedio de la función de conmutación q es u (ciclo de trabajo del convertidor). El modelo promediado se muestra en (5), siendo un modelo de tipo no lineal debido a que la matriz y los vectores de entrada dependen de $u \in R$.

Modelo conmutado lineal:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{L1} \\ \dot{i}_{L2} \\ v_{C1} \\ v_{C2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-(1-q)R_{C1}}{L_1} & \frac{(1-q)R_{C1}}{L_1} & \frac{-(1-q)}{L_1} & 0 \\ \frac{(1-q)R_{C1}}{L_2} & \frac{R_{C1}(R+R_{C2})+(1-q)R_{C2}R}{L_2(R+R_{C2})} & \frac{1}{L_2} & \frac{-(1-q)R}{L_2(R+R_{C2})} \\ \frac{(1-q)}{C_1} & -\frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{(1-q)R}{C_2(R+R_{C2})} & 0 & -\frac{1}{C_2(R+R_{C2})} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L1} \\ i_{L2} \\ v_{C1} \\ v_{C2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} e \quad (4)$$

Modelo promediado no lineal:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{L1} \\ \dot{i}_{L2} \\ v_{C1} \\ v_{C2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-(1-u)R_{C1}}{L_1} & \frac{(1-u)R_{C1}}{L_1} & \frac{-(1-u)}{L_1} & 0 \\ \frac{(1-u)R_{C1}}{L_2} & \frac{R_{C1}(R+R_{C2})+(1-u)R_{C2}R}{L_2(R+R_{C2})} & \frac{1}{L_2} & \frac{-(1-u)R}{L_2(R+R_{C2})} \\ \frac{(1-u)}{C_1} & -\frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{(1-u)R}{C_2(R+R_{C2})} & 0 & -\frac{1}{C_2(R+R_{C2})} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L1} \\ i_{L2} \\ v_{C1} \\ v_{C2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} e \quad (5)$$

El uso del modelo linealizado es una estrategia muy común para convertidores de CD-CD. Dichos modelos pueden ser obtenidos fácilmente desde (5). El proceso de linealización describe el comportamiento del convertidor a una pequeña perturbación alrededor de un punto de operación. A partir del modelo promediado lineal sin ESR y con ESR es posible obtener las funciones de transferencia con respecto al ciclo de trabajo de las corrientes de los inductores y los voltajes de los capacitores y así comparar su respuesta dinámica en el dominio de la frecuencia.

3 Resultados experimentales

Un prototipo de un convertidor cuadrático elevador fue construido en el Laboratorio de Electrónica de Potencia y Sistemas de Control del IPICYT. El convertidor fue diseñado para tener una relación de conversión de 9 V a 48 V con un ciclo de trabajo de 0.58, una corriente promedio para el primer inductor de 6.73 A y para el segundo de 2.44 A, una resistencia de carga de 53 Ω , una corriente de salida de 0.905 A y una potencia máxima de 43 W. Los parámetros de diseño se muestran en la Tabla 1. Los valores ESR de los capacitores fueron medidos utilizando un puente de impedancias de la compañía GW Instek, modelo LCR821.

Inicialmente se estudia la función de transferencia de la corriente del primer inductor a la señal de control. Cuando la ESR del capacitor no se considera, los polos de esta función están localizados en $\{-323.7 \pm j1898.6, -32.3 \pm j6613\}$ y sus ceros en $\{-697, -334 \pm j7221\}$. Mientras que cuando se considera la ESR de los capacitores, la localización será ahora en $\{-678 \pm j1867, -1365 \pm j6438\}$ y sus ceros en $\{-660, -1495$

$\pm j6778$). En la Figura 3 se muestra la respuesta en frecuencia de dicha función de transferencia, así como el diagrama correspondiente de polos y ceros. Se muestra que la ESR añade amortiguamiento a los picos de resonancia por lo que se simplifica el diseño del controlador. Además se encuentra que aún cuando ambas funciones de transferencia son de fase mínima, al considerar el efecto de la ESR, los polos se mueven más a la izquierda del eje imaginario.

Tabla 1. Parámetros del convertidor

Capacitor C_1	114 μF
Capacitor C_2	44 μF
Inductor L_1	94 μH
Inductor L_2	411 μH
Resistencia de carga R	53 Ω
ESR C_1	495 $\text{m}\Omega$
ESR C_2	250 $\text{m}\Omega$
Diodos D_1 , D_2 y D_3	MUR1560
Interruptor S_1	IRF740

Posteriormente se estudio la función de transferencia voltaje de salida a la señal de control. Los polos de las funciones de transferencia con y sin ESR son los mismos que los de las funciones de transferencia antes citadas. Sin embargo, los ceros están localizados en el caso del modelo sin ESR en $\{21604, 568 \pm j5843\}$, mientras que para el modelo considerando la ESR se localizan en $\{20362, -1170 \pm j5896\}$. Es interesante observar que sin considerar el efecto de la ESR del capacitor la función de transferencia tiene todos sus ceros localizados en el lado derecho del plano-s, mientras que al considerar la ESR dos ceros se mueven a la izquierda del plano-s.

La Figura 4 presenta la respuesta en frecuencia y la localización de polos y ceros en el plano-s para la función de transferencia voltaje de salida a señal de control del convertidor prototipo. Al igual que en el caso anterior, por efecto de la ESR de los capacitores existe un amortiguamiento significativo en los picos de resonancia. En este caso, la función de transferencia corresponde a una función de fase no mínima, es decir, tiene ceros en el lado derecho del plano-s, los cuales dificultan el diseño del controlador al cerrarse el lazo de retroalimentación.

Es interesante observar, que al considerar el efecto de la ESR de los capacitores, dos de los ceros que según el modelo sin ESR se encuentran en el lado derecho del plano-s, en realidad están localizados en el lado izquierdo del mismo. Por lo tanto, la función presenta un mejor comportamiento dinámico al esperado y existe una mayor flexibilidad al usar la corriente del primer inductor para el diseño del lazo de control.

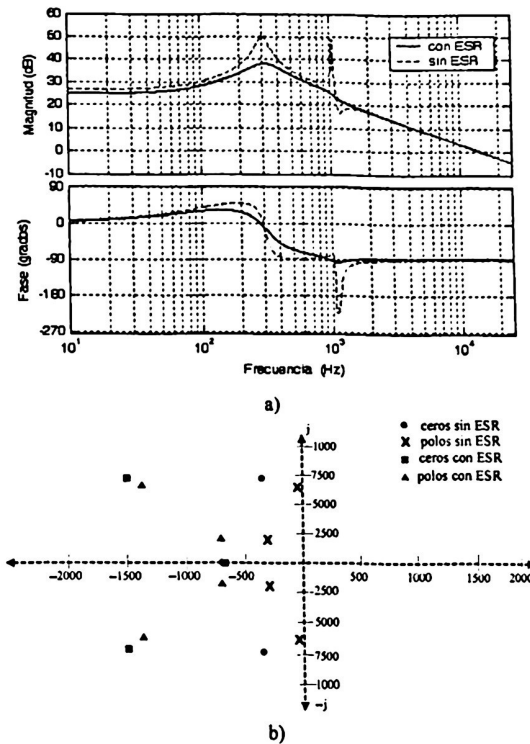


Fig. 3. Función de transferencia del primer inductor a la señal de control: a) Diagrama de Bode, y b) ubicación de polos y ceros en el plano-s.

La Figura 5 muestra el diagrama de conexiones utilizado para obtener experimentalmente las respuestas en frecuencia de las funciones de transferencia corriente primer inductor a señal de control y voltaje de salida a señal de control.

La Figura 6 muestra la respuesta en frecuencia experimental para las funciones de transferencia corriente primer inductor a señal de control y voltaje salida a señal de control, las cuales se obtienen a través del analizador de respuesta en frecuencia modelo 300 de la compañía AP Instruments. En dichas gráficas se muestran también las respuestas en frecuencia teóricas las cuales incluyen la correspondiente ganancia del modulador $1/V_p$. A partir de estas gráficas es posible observar el efecto de la ESR de los capacitores amortiguando los picos de resonancia, principalmente en los polos localizados a baja frecuencia.

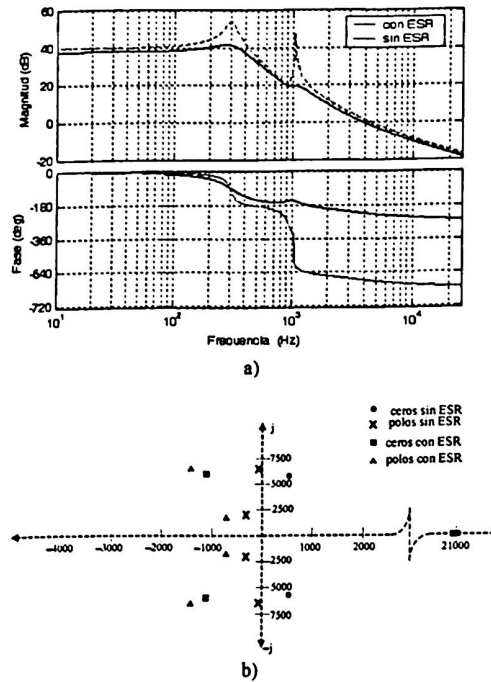


Fig. 4. Función de transferencia voltaje de salida a señal de control: a) Diagrama de Bode, y b) ubicación de polos y ceros en el plano-s.

La gráfica corriente primer inductor a señal de control muestra un comportamiento de un cero a baja frecuencia y una caída de 20 dB/dec en alta frecuencia. La gráfica voltaje salida a señal de control presenta un comportamiento de un cero a baja frecuencia ubicado en el lado izquierdo del plano-s y una caída de 20 dB/dec en alta frecuencia.

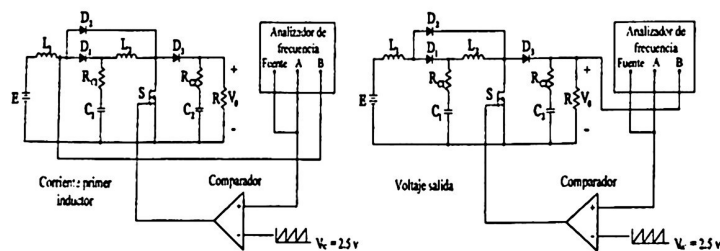


Fig. 5. Esquemas de conexión para obtener las respuestas en frecuencia de las funciones de transferencia.

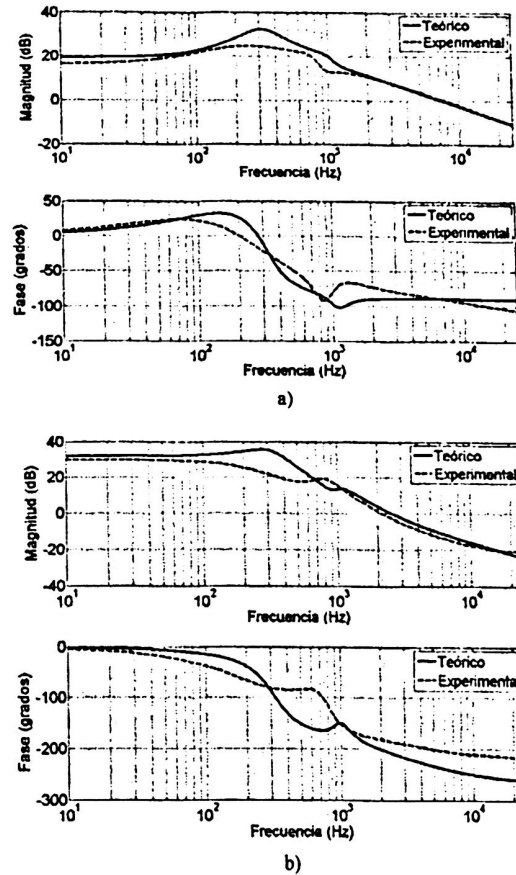


Fig. 6. Gráfica experimental de ganancia y fase: a) Función de transferencia corriente primer inductor a señal de control, y b) voltaje salida a señal de control.

4 Comentarios finales

Los resultados obtenidos en este trabajo muestran que la respuesta en frecuencia del convertidor cuadrático elevador, que corresponde a la de un sistema de cuarto orden, por efecto de la ESR de los capacitores se modifica de manera significativa al atenuarse los picos de resonancia. Además, las funciones de transferencia corriente

primer inductor a señal de control y voltaje salida a señal de control, cuyas señales se utilizan generalmente al diseñarse controladores, presentan un mejor comportamiento dinámico al indicado por el modelo que no considera el efecto de la ESR. En especial se observa que en la función de transferencia voltaje de salida a señal de control, algunos de los ceros que parecen estar localizados en el lado derecho del plano-s están en realidad localizados en el lado izquierdo del mismo, por lo que en la práctica se facilita el diseño del esquema de control para el convertidor.

Referencias

1. P. C. Senia and G. R. Walker. *Cascade DC-DC Converter Connection of Photovoltaic Modules*. IEEE Trans. Power Electron., 19-4, pp. 1130-1139 (2004).
2. E. Wells and M. Jordan. *Low Power Boost Converter for Portable Applications*, Unitrode Seminar 1200, Topic 2 (2001).
3. G. Hooges. *Fuel Cell Technology Handbook*, CRC Press (2002).
4. J. A. Morales-Saldaña, E. E. Carbajal-Gutiérrez and J. Leyva-Ramos. *Modeling of Switch-Mode DC-DC Cascade Converters*. IEEE Trans. Aeros. Electron. Syst., 38-1, pp. 295-299 (2002).
5. F. L. Luo and H. Ye. *Positive Output Cascade Boost Converter*. IEE Electr. Power Appl., 151-5, pp. 590-606 (2004).
6. M. Veerachary. *Signal flow graph model of multi-state boost DC-DC converters*. IEE Electr. Power Appl., 151-5, pp. 583-589 (2004).
7. E. E. Carbajal-Gutiérrez, J. A. Morales-Saldaña and J. Leyva-Ramos. *Modeling of a Single-Switch Quadratic Buck Converter*. IEEE Trans. Aeros. Electron. Syst., 41-4, pp. 1451-1457 (2005).
8. J. A. Morales-Saldaña, E. E. Carbajal-Gutiérrez, J. Leyva-Ramos and M. G. Ortiz-Lopez. *Multiloop Controller Design for a Quadratic Boost Converter*. IET Electr. Power Appl., 1-3, pp. 362-367 (2007).
9. Military Handbook 271 F Notice 2. *Reliability Prediction of Electronic Equipment*. (1995).
10. P. T. Krein. *Elements of Power Electronics*. First Edn., Oxford University Press (1998).
11. R. W. Erickson and D. Maksimovic. *Fundamentals of Power Electronics*. Second Edn., Kluwer Academic Publishers, Boston, USA (2001).
12. J. G. Kassakian, M. F. Schlecht and G. C. Verghese. *Principles of Power Electronics*. Addison-Wesley Publishing Company (1991).
13. R. B. Ridley, B. H. Cho and F. C. Lee. *Analysis and Interpretation of Loop Gains of Multiloop-Controlled Switching Regulators*. IEEE Trans. Power Electron., 3-4, pp. 489-498 (1998).